

## ANALYTICAL METHOD OF CALCULATION OF OPTIMUM PARAMETERS OF WOVEN TEXTILE MATERIALS USED FOR TECHNICAL PURPOSES

M.Yu. Treshchalin<sup>1</sup>, Doctor of Technical sciences, Full Professor  
A.V. Treshchalina<sup>2</sup>, Candidate of Technical sciences, Associate Professor  
Moscow State Technological University Stankin, Russia<sup>1</sup>  
Institute of Public Administration, Law and Innovative Technologies, Russia<sup>2</sup>

In presenting the material as a continuous medium having a fibrous structure, and capillary-porous structure, proposed an analytical method for determining the physical and mechanical characteristics and the effective thermal conductivity depending on the density of non-woven fabrics with a light duty when used as a geotextile layer in road embankment and thermal insulation engineering services and structures.

**Keywords:** non-woven material, continuous medium, density, geotextiles, porosity, deformation, thermal insulation, thermal conductivity coefficient.

Conference participants


## АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ НЕТКАНЫХ ТЕКСТИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ ТЕХНИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Трещалин М.Ю.<sup>1</sup>, д-р техн. наук, проф.  
Московский государственный технологический университет «СТАНКИН», Россия<sup>1</sup>  
Трещалина А.В.<sup>2</sup>, канд. техн. наук, доцент  
Институт государственного управления, права и инновационных технологий, Россия<sup>2</sup>

Представляя материал как сплошную среду, имеющую волокнистую структуру и капиллярно-пористое строение, предложен аналитический метод определения физико-механических характеристик и эффективного коэффициента теплопроводности в зависимости от плотности нетканых полотен с учетом условий эксплуатации при использовании в качестве геотекстильной прослойки в дорожной насыпи и теплоизоляции инженерных коммуникаций и сооружений.

**Ключевые слова:** нетканый материал, сплошная среда, плотность, геотекстиль, пористость, деформация, теплоизоляция, коэффициент теплопроводности.

Участники конференции

 <http://dx.doi.org/10.18007/gisap:tsc.v0i9.1434>

Нетканые материалы представляют волокнистые системы, в которых хаотично расположенные волокна соединены между собой механическим, физико-химическим или комбинированным способами. Такие изделия обладают высокими прочностными свойствами, а достаточно простая и экономичная технология их изготовления позволяет использовать для их изготовления разнообразный волокнистый состав.

Расчет физико-механических и теплофизических параметров нетканых полотен, целесообразно проводить, представляя рассматриваемый материал как вязкоупругую сплошную среду, имеющую капиллярно-пористое строение и волокнистую структуру.

Изменение характеристик высокопористых сред, к которым относятся волокнистые материалы, в результате внешних воздействий, можно с достаточной для практических расчетов точностью, представить в виде степенной зависимости:

$$F(x) = K \cdot x^n \quad (1)$$

где:  $F(x)$  – целевая функция;  $x$  – характерный параметр материала (например: плотность, деформация и

т.д.);  $K, n$  – коэффициент пропорциональности и показатель, характеризующий степень нелинейности функции, соответственно.

Граничные условия формулируются следующим образом: в диапазоне изменения  $0 \leq x \leq 1$  значение  $x = a$  соответствует величине  $F(x) = F(x)_{\min}$  и  $x = b$  имеет место в случае  $F(x) = F(x)_{\max}$  (рис. 1). Задача состоит в том, чтобы найти такую функцию вида (1), которая обеспечила бы выполнение изложенных требований.

Для решения задачи используется метод штрафных функций. Определение штрафной функции по

$x$  производится таким образом, чтобы в интересующем интервале от  $a$  до  $b$  она была равна нулю, а за пределами интервала возрастала [1]:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } a \leq x \leq b \\ (x - b), & \text{при } x \geq b \\ (a - x), & \text{при } x \leq a \end{cases}$$

С целью определения неизвестных  $K$  и  $n$  следует минимизировать разность между искомой функцией (1), которую можно представить в виде  $K \cdot Z^n = K \cdot e^{n \cdot \ln(Z)}$ , и некоторой штрафной функцией  $f(Z)$ . Для обеспечения положительной разности между указанными функциями в каждой точ-

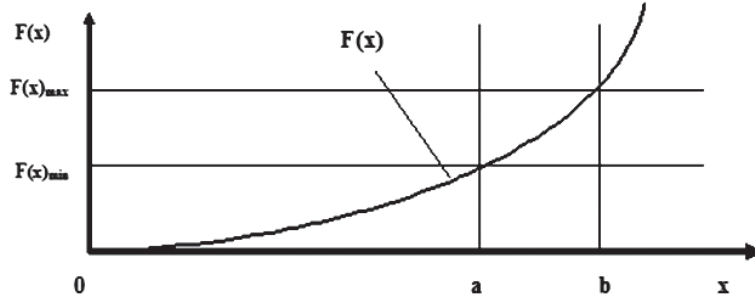


Рис. 1. Общий вид искомой функции  $F(x)$

ке по Z используется метод средних квадратичных отклонений:

$$\int_0^A [K \cdot Z^n - f(Z)]^2 dZ = I(K, n)$$

Необходимым условием достижения минимума разности функций является равенство нулю первой производной I(K, n) по параметрам K и n:

$$\frac{\partial I}{\partial K} = 2 \cdot \int_0^A [K \cdot Z^n - f(Z)] \cdot Z^n dZ = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial I}{\partial n} = 2 \cdot \int_0^A [K \cdot Z^n - f(Z)] \cdot K \cdot \ln(Z) \cdot Z^n dZ = 0 \quad (3)$$

Последовательно интегрируя (2) и (3) имеем:

$$\int_0^a [K \cdot Z^n - (a - Z)] \cdot Z^n dZ + \int_a^b [K \cdot Z^n \cdot Z^n] dZ + \int_b^1 [K \cdot Z^n - (Z - b)] \cdot Z^n dZ =$$

$$= \frac{K}{2 \cdot n + 1} - \frac{1}{(n + 1) \cdot (n + 2)} \cdot [a^{n+2} + n \cdot (1 - b) + (1 - 2 \cdot b) + b^{n+2}] = 0$$

$$+ \int_a^b [K \cdot Z^n \cdot Z^n \cdot \ln(Z)] dZ$$

$$+ \int_0^a [K \cdot Z^n - (a - Z)] \cdot \ln(Z) \cdot Z^n dZ + \int_b^1 [K \cdot Z^n - (Z - b)] \cdot \ln(Z) \cdot Z^n dZ =$$

$$= \frac{K \cdot a^{n+2}}{(2 \cdot n + 1)^2} \cdot [(2 \cdot n + 1) \cdot \ln(a) - 1] - \frac{a^{n+2}}{(n + 1)^2} \cdot [(n + 1) \cdot \ln(a) - 1] + \frac{a^{n+1}}{(n + 2)^2} \cdot [(n + 2) \cdot \ln(a) - 1] + \frac{K}{(2 \cdot n + 1)^2} \cdot \{[(2 \cdot n + 1) \cdot [b^{2 \cdot n + 1} \cdot \ln(b) - a^{2 \cdot n + 1}] + \ln(a) - [b^{2 \cdot n + 1} - a^{2 \cdot n + 1}]] + \frac{K}{(2 \cdot n + 1)^2} \cdot \{b^{2 \cdot n + 1} \cdot [1 - (2 \cdot n + 1) \cdot \ln(b)] - 1\} + \frac{1}{(n + 2)^2} \cdot \{b^{n+2} \cdot [1 - (n + 2) \cdot \ln(b)] - 1\} + \frac{b}{(n + 1)^2} \cdot \{b^{n+2} \cdot [1 - (n + 1) \cdot \ln(b)] - 1\} = 0$$

После преобразований получено трансцендентное уравнение для определения n:

$$\frac{1}{n + 1} \cdot \{b^{n+1} \cdot [1 - (n + 1) \cdot \ln(b)] - b - a^{n+1} \cdot [1 - (n + 1) \cdot \ln(a) - 1]\} + \frac{1}{(n + 1)^2} \cdot \{a^{n+2} \cdot [(n + 2) \cdot \ln(a) - 1] - b^{n+2} \cdot [1 - (n + 2) \cdot \ln(b)] + 1\} - \frac{1}{(2 \cdot n + 1) \cdot (n + 1) \cdot (n + 2)} \cdot [a^{n+2} + n \cdot (1 - b) + (1 - 2 \cdot b) + b^{n+2}] = 0 \quad (4)$$

Расчет значения K производится по следующей формуле:

$$K = \frac{(2 \cdot n + 1)}{(n + 1) \cdot (n + 2)} \cdot [a^{n+2} + n \cdot (1 - b) + (1 - 2 \cdot b) + b^{n+2}] \quad (5)$$

Решение уравнений (4) и (5), проводится с учетом (1), записанного для максимального и минимального значений функции F(x), в виде:

$$\ln F(x)_{\max} = \ln(K) + n \cdot \ln(b) \quad (6)$$

$$\ln F(x)_{\min} = \ln(K) + n \cdot \ln(a) \quad (7)$$

Численные значения n, K, a и b определяются из совместного решения уравнений (4) - (7) при известных F(x)<sub>max</sub> и F(x)<sub>min</sub>, определяемых из условий эксплуатации материала.

Зависимости (4) - (7) позволяют провести расчет физико-механических параметров геотекстильного материала, используемого при строительстве транспортных магистралей.

Одним из основных условий качественного функционирования геотекстильной прослойки, являющейся одним из слоев дорожной одежды, является обеспечение дренажа грунтовых и дождевых вод. Для этого материал, расположенный в насыпи, должен иметь пористость, равную пористости применяемого для отвода избыточной влаги, речного песка  $\xi_0 = 0.36 \div 0.46$  при максимальном давлении на дорожное покрытие [2]. Тогда уравнение (1) будет иметь вид:

$$P(\varepsilon) = K \cdot \varepsilon^n \quad (9)$$

где: P(ε) – внешнее давление на материал; ε – объемная деформация материала.

Граничные условия:

$$P(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } a \leq \varepsilon \leq b \\ (\varepsilon - b), & \text{при } \varepsilon \geq b \\ (a - \varepsilon), & \text{при } \varepsilon \leq a \end{cases}$$

Соответственно в уравнениях (4) - (7) следует считать:

$$x = \varepsilon = b \text{ при } F(x)_{\max} = P_{\max};$$

$$x = \varepsilon = a \text{ при } F(x)_{\min} = P_{\min}.$$

С учетом изложенного, начальная пористость материала определится:

$$\xi_0 = \xi \cdot (1 - \varepsilon) + \varepsilon = 0.36 \cdot (1 - b) + b$$

где: ε = b – объемная деформация при P = P<sub>max</sub>; ξ – пористость при ε = b.

При минимальном давлении на материал:

$$\xi_a = (\xi_0 - a) / (1 - a)$$

где: ε = a – объемная деформация при P = P<sub>min</sub>; ξ<sub>a</sub> – пористость материала при ε = a.

Диапазон изменения модуля упругости геотекстильной прослойки E = dP/dε в соответствии с (8) при давлениях: P = P<sub>min</sub>; E<sub>a</sub> = n · K · a<sup>(n-1)</sup> и P = P<sub>max</sub>; E<sub>b</sub> = n · K · b<sup>(n-1)</sup>.

Решение уравнений (4) - (7) с учетом вышеприведенных уточнений, проводилось применением программного комплекса MATCAD. Анализ результатов позволяет произвести качественную и количественную оценку требуемых параметров волокнистых материалов в зависимости от внешней нагрузки. Из физических соображений следует, что в области значений n < 1, величина (dE / dε) < 0. Это условие соответствует уменьшению упругих свойств среды с ростом напряжений, что характерно для материалов, претерпевающих в процессе нагрузки необратимые изменения структуры (фазовый переход, раздавливание элементов скелета и т.п.).

Случай n = 1 определяет среду, имеющую идеальную упругость, что не соответствует реальному поведению волокнистых материалов под нагрузкой. Также не возможно изготовить нетканые полотна, имеющие E<sub>a</sub> >> 1. Следовательно, диапазон внешних нагрузок, опре-

деляемый величинами отношения  $(P_{\min} / P_{\max}) < 0.1$  не приемлем для эффективного использования текстильных изделий.

В диапазоне нагрузок  $0.2 \leq (P_{\min}/P_{\max}) \leq 0.4$  значения  $n$  находятся в пределах от 2.2 до 2.4 (если принять на этом участке среднее  $n = 2.3$ , то относительная погрешность расчетов составит 4.2 – 4.6 %). Величина  $K$  варьируется от 0.6 до 0.75 МПа. При использовании в расчетах среднего значения  $K = 0.675$  МПа, погрешность не превышает 10 %.

Помимо дорожного строительства, нетканые материалы весьма эффективны для использования в качестве теплоизоляции различного рода конструкций и магистральных инженерных сооружений. Анализ методов определения теплофизических характеристик многофазных систем показывает, что моделирование в большинстве случаев проводится с позиции заранее известных формы и взаимодействия структурных элементов. Подобный подход неизбежно приводит к идеализированному представлению о теплообменных процессах, происходящих в нетканых полотнах т.к. практически невозможно учесть существующие в реальных условиях: контактную теплопроводность между элементами; градиент температуры на границе твердой и газовой фаз; формы и размеры пор.

В работах, посвященных изучению теплофизических свойств материалов [3,4] установлено, что с увеличением плотности возрастает и коэффициент теплопроводности текстильных изделий, что позволяет применить степенную функцию (1) в виде:

$$\lambda_{эф} = L \cdot \rho^m$$

где:  $\lambda_{эф}$ ,  $\rho$  - эффективный коэффициент теплопроводности и плотность материала;

Однако, при аналитическом определении  $\lambda_{эф}$  в зависимости от  $\rho$  не рационально использовать конкретные величины плотностей различных материалов, т.к. они варьируются в широком диапазоне значений. Наиболее целесообразно рассматривать изменение коэффициента теплопроводности

в зависимости от плотностей материала  $\rho_M$  и составляющих его волокон  $\rho_B$ :

$$\lambda_{эф} = L \cdot (\rho_M/\rho_B)^m, \quad (9)$$

Запись  $\lambda_{эф} = f(\rho_M/\rho_B)$  в виде (9) позволяет установить диапазон изменения аргумента. В случае, когда объемная пористость материала близка к 100 % величина  $(\rho_M/\rho_B) \approx 0$  и, наоборот, при минимально возможной пористости значение  $(\rho_M/\rho_B)$  приближается к единице, т.е.  $\rho_M \approx \rho_B$ . Применительно к рассматриваемой задаче такие условия запишутся:

$$F(Y) = \begin{cases} 0, & \text{при } \rho_1 \leq (\rho_M/\rho_B) \leq \rho_2 \\ [(\rho_M/\rho_B) - \rho_2], & \text{при } (\rho_M/\rho_B) \geq \rho_2 \\ [\rho_1 - (\rho_M/\rho_B)], & \text{при } (\rho_M/\rho_B) \leq \rho_1 \end{cases}$$

где:  $\rho_1, \rho_2$  - величины отношения  $(\rho_M/\rho_B)$  соответственно при минимальном  $\lambda_1$  и максимальном  $\lambda_2$  значениях эффективного коэффициента теплопроводности, которые зависят от плотности структурных элементов (для нетканых материалов - вида волокон) толщины, пористости и среды, заполняющей его поровое пространство. Соответственно в уравнениях (4) – (7) следует считать:

$$\begin{aligned} x = (\rho_M/\rho_B) = \rho_1, & \quad \text{при } F(x)_{\max} = \lambda_1; \\ x = (\rho_M/\rho_B) = \rho_2, & \quad \text{при } F(x)_{\min} = \lambda_2. \end{aligned}$$

Величины  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  определяются исходя из условий эксплуатации теплоизоляции. При этом численные значения эффективного коэффициента теплопроводности во многом будут зависеть от среды, заполняющей поровое пространство теплоизоляционного материала, т.к. теплопроводности воздуха, воды или льда (которые могут находиться в различных количественных соотношениях) весьма значительно отличаются между собой. Считая, что при максимальной пористости, т.е.  $0 < (\rho_M/\rho_B) \leq 0.05$ ,  $\lambda_{эф}$  равен коэффициенту теплопроводности среды, рассмотрены три варианта функционирования теплоизолятора.

I. В порах материала находится воздух (например, теплоизоляция холодильных установок, трубопроводов, находящихся во внутренних помещениях зданий и т.д.). Тогда при условии  $0 < (\rho_M/\rho_B) \leq 0.05$  эффективный коэффициент теплопроводности тепло-

изолятора практически равен коэффициенту теплопроводности воздуха  $\lambda_{воз} = 0.02442$  Вт/(м·К).

II. Материал эксплуатируется в условиях повышенной влажности (отсутствие герметичной водонепроницаемой защиты изоляции участков трубопроводов, утеплителей полов на нижних этажах зданий и т.д.). При том же условии, что пористость материала максимальна, его  $\lambda_{эф}$  будет изменяться от  $\lambda_1 = \lambda_{воз} = 0.02442$  Вт/(м·К) до  $\lambda_2 = \lambda_{воды} = 0.5513$  Вт/(м·К);

III. Теплоизоляционный материал находится во влагонасыщенном состоянии и используется при температурах ниже  $0^\circ\text{C}$  (при отсутствии защиты изоляции нефте-газопроводов, скважин и сооружений от проникновения в районах Крайнего Севера и Западной Сибири). В этом случае подход к определению оптимальных параметров теплоизоляции аналогичен двум предыдущим случаям, с той лишь разницей, что диапазон изменения  $\lambda_{эф}$  будет находиться в пределах от  $\lambda_1 = \lambda_{воды} = 0.5513$  Вт/(м·К) до  $\lambda_2 = \lambda_{льда} = 2.250$  Вт/(м·К).

Значения  $\lambda_{воз}$ ,  $\lambda_{воды}$ ,  $\lambda_{льда}$  приняты при атмосферном давлении  $P = 1.01 \cdot 10^5$  Па и температуре  $t = 0^\circ\text{C}$ . В результате расчетов определены искомые величины  $L$  и  $m$ , позволяющие рассчитать оптимальное значение  $\lambda_{эф}$  в зависимости от  $\rho_M/\rho_B$  для каждого из трех вышеперечисленных вариантов, а именно: I вариант:  $\lambda_{эф} = 0.982(\rho_M/\rho_B)^{1.119}$ ; II вариант:  $\lambda_{эф} = 0.502(\rho_M/\rho_B)^{0.0103}$ ; III вариант:  $\lambda_{эф} = 0.248(\rho_M/\rho_B)^{-0.290}$ .

Следует отметить, что используя изложенный математический метод можно проектировать материалы лишь по одной, заданной изначально, характеристике (например, плотность или пористость) и справедлив для всех материалов, имеющих капиллярно-пористую или пористую структуру.

## References:

1. Reklejtis G., Rejvindran A., Rjagsdel K. Optimizacija v tehnike [Optimization in engineering]., Book 1., Translated from Eng. - Moskva., Mir [World], 1986. - 349 p.
2. Ruvinskij V.I. Optimal'nye konstrukcii zemljanogo polotna na

osnove regulirovanija vodno-teplovogo rezhima [Optimal construction of the roadbed on the basis of regulation of water and heat regime].- Moskva., Transport, 1982. - 166 p.

3. Dul'nev G.N., Zarichnjak Ju.P. Teploprovodnost' smesej i kompozicionnyh materialov [Thermal conductivity of composite materials and mixtures]. Leningrad, Jenergija [Energy], 1974. - 264 p.

4. Kolesnikov P.A. Teplozashhitnye svojstva odezhdy [Heat-shielding properties of clothes]. - Moskva., Legkaja industrija [Light Industry], 1965. - 346 p.

## Литература:

1. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К. ОПТИМИЗАЦИЯ в технике. Кн. 1. Пер. с англ.- М.: Мир, 1986. - 349 с.

2. Рувинский В.И. Оптимальные конструкции земляного полотна на основе регулирования водно-теплого режима./- М.: Транспорт, 1982.- 166 с.

3. Дульнев Г.Н., Заричняк Ю.П. Теплопроводность смесей и композиционных материалов. Л.:Энергия, 1974, 264 с.

4. Колесников П.А. Тепло-

защитные свойства одежды. - М.: Легкая индустрия, 1965.- 346 с.

## Information about authors:

1. Michael Treshchalin – Doctor of Technical sciences, Full Professor, Moscow State Technological University Stankin; address: Russia, Moscow city; e-mail: mtreshchalin@yandex.ru

2. Anna Treshchalina - Candidate of Technical sciences, Associate Professor, Institute of Public Administration, Law And Innovative Technologies; address: Russia, Moscow city; e-mail: anna468@yandex.ru



## INTERNATIONAL ACADEMY OF SCIENCE AND HIGHER EDUCATION



International Academy of Science and Higher Education (IASHE, London, UK) is a scientific and educational organization that combines sectoral public activities with the implementation of commercial programs designed to promote the development of science and education as well as to create and implement innovations in various spheres of public life.

Activity of the Academy is concentrated on promoting of the scientific creativity and increasing the significance of the global science through consolidation of the international scientific society, implementation of massive innovational scientific-educational projects

While carrying out its core activities the Academy also implements effective programs in other areas of social life, directly related to the dynamics of development of civilized international scientific and educational processes in Europe and in global community.

Issues of the IASHE are distributed across Europe and America, widely presented in catalogues of biggest scientific and public libraries of the United Kingdom.

Scientific digests of the GISAP project are available for acquaintance and purchase via such world famous book-trading resources as amazon.com and bookdepository.co.uk.

www: <http://iashe.eu>

e-mail: [office@iashe.eu](mailto:office@iashe.eu)

phone: +44 (20) 71939499