

STABILITY OF A STAND WITH VARIABLE CROSS-SECTION AND ELASTIC MODULUS

G.M. Sargsyan, Doctor of Technical sciences,
Full Professor
M.G. Sargsyan Engineer
State Agrarian University of Armenia, Armenia

Bridge, aqueduct piers and other constructions often have a variable cross-section, which increases the buckling danger of buckling resistance loss. Permanent hardness provision is offered along the length of pier by means of modulus elasticity materials change.

Keywords: construction, modulus, cross-section, length, elasticity.

Conference participants,
National championship in scientific analytics,
Open European and Asian research analytics championship


УСТОЙЧИВОСТЬ СТОЙКИ С ПЕРЕМЕННЫМ СЕЧЕНИЕМ И МОДУЛЕМ УПРУГОСТИ

Саркисян Г.М., д-р техн. наук, проф.
Саркисян М.Г., инженер
Государственный аграрный университет Армении,
Армения

Мост, пирсы и другие конструкции часто имеют переменное сечение, что увеличивает опасность потери устойчивости сопротивления. Обеспечение постоянной твердости предлагается по длине пирса посредством модуля изменения упругости материалов.

Ключевые слова: стойка, конструкция, модуль упругости, сечение, длина.

Участник конференции,
Национального первенства по научной аналитике,
Открытого Европейско-Азиатского первенства по научной аналитике

 <http://dx.doi.org/10.18007/gisap:tsca.v0i9.1436>

Строение стеблей травянистых растений напоминает инженерные конструкции, построенные по всем правилам строительного искусства. Подобная рациональная «конструкция» была достигнута в течение длительной эволюции путем сопротивления напору ветра и под воздействием собственной массы.

В рассматриваемой работе делается попытка проектирования стойки - прототипа стеблей, у которой изгибная жесткость изменяется путем изменения модуля упругости по длине, причем сечение стойки может быть постоянным.

Теоретические исследования показывают, что критическая сила стойки с переменным модулем упругости значительно больше таковой по сравнению со стойкой постоянного сечения с теми же геометрическими размерами, что приводит к экономии строительного материала.

В некоторых конструкциях (мосты, дьюкеры, акведуки) сечения стоек, в зависимости от их особенностей, часто бывают переменными, и, как правило, площадь сечения (момент инерции сечения) в верхней части больше, чем площадь нижнего сечения стойки, что уменьшает устойчивость конструкции.

В этих условиях является важным повышение динамической устойчивости отмеченных конструкций.

В данной статье делается попытка обеспечения постоянной жесткости

стойки с переменным поперечным сечением по ее длине. Естественно предполагать, что это возможно путем изменения модуля упругости по длине стебля. Такой подход разработан на основании изучения принципов строения стеблей некоторых травянистых растений (пшеница, сорго, тростник и др.) как инженерных конструкций и их механических свойств [2,4,5]. Дальнейшие теоретические исследования выявили преимущество динамических свойств элементов с переменным модулем упругости и постоянного сечения по сравнению с элементами с теми же размерами с постоянным модулем упругости [1,3].

С учетом особенностей конструкции и характера изменения модуля упругости можно стойку проектировать таким образом, чтобы изгибная жесткость по ее длине была постоянной, благодаря чему конструкция будет более эффективной.

Расчетная схема представлена на рис.1.

Примем, что модуль упругости меняется

$$E(x) = E_0 e^{\frac{2x}{l}}, \quad (1)$$

а момент инерции поперечного сечения

$$I(x) = I_0 e^{-\frac{2x}{l}}. \quad (2)$$

Следовательно, изгибная жесткость для сечения x будет:

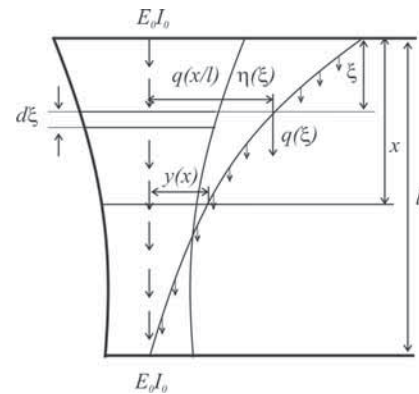


Рис.1. Расчетная схема стойки.

$$E(x)I(x) = D(x) = D_0 = E_0 I_0$$

Жесткость стойки на свободном конце равен $E_0 I_0$.

Изменение собственного веса примем:

$$q(x) = \frac{q}{l} x \quad (3)$$

В этом случае величина модуля упругости на концах стойки будет $x = 0, E(0) = E_0$ и $x = l, E(l) = E_0 e^2$, а величина моментов инерции на концах соответственно будет:

$$I(0) = I_0 \text{ и } I(l) = I_0 e^{-2}.$$

Следовательно, изгибная жесткость стойки по всей ее длине будет постоянной:

$$E(x) I(x) = E_0 e^{\frac{2x}{l}} I_0 e^{-\frac{2x}{l}} = E_0 I_0 = D_0 - \text{const.} \quad (4)$$

Дифференциальное уравнение изогнутой оси будет иметь вид:

$$D_0 y''(x) = \frac{q}{l} \int_0^x [\eta(\xi) - y(x)] d\xi \quad (5)$$

После дифференцирования, получим:

$$D_0 y'''(x) + \frac{q}{2l} x^2 y'(x) = 0 \quad (6)$$

Учитывая известную зависимость между прогибом и углом прогиба $y'(x) = \alpha(x)$, где $\alpha(x)$ - угол изгиба оси стойки, получим:

$$D_0 \alpha''(x) + \frac{q}{2l} x^2 \alpha(x) = 0 \quad (7)$$

Обозначив $b = \frac{q}{2D_0 l}$ из (7), получим:

$$\alpha''(x) + bx^2 \alpha(x) = 0 \quad (8)$$

Дифференциальное уравнение изменения угла изогнутой оси можно интегрировать с помощью цилиндрической функции.

Для нашего случая она будет:

$$\nu = \frac{1}{4}; \quad t = \frac{1}{2} \sqrt{b} x^2:$$

Следовательно, после интегрирования, получим:

$$\alpha(x) = x^{1/2} [C_1 I_\nu(t) + C_2 I_{-\nu}(t)],$$

которое после подстановки величин ν и t - примет вид:

$$\alpha(x) = x^{1/2} [C_1 I_{1/4}(\sqrt{bx^2}) + C_2 I_{-1/4}(\sqrt{bx^2})] \quad (9)$$

Здесь C_1 и C_2 - постоянные интегрирования подсчитываются из конечных условий задачи.

1. Когда $x = 0$, $M(0) = 0$, 2. Когда $x = l$, $\alpha(l) = 0$: (10)

Подставляя второе условие в (9), получим:

$$\alpha(l) = l^{1/2} [C_1 I_{1/4}(\sqrt{bl^2}) + C_2 I_{-1/4}(\sqrt{bl^2})] = 0 \quad (11)$$

Для использования первого условия сперва определим величину $M(x)$.

Поскольку

$$M(x) = -D_0 y''(x) - D_0 \alpha'(x) \quad (12)$$

Предварительно определим величину $\alpha'(x)$ из (9):

$$D_0 \alpha'(x) = -\sqrt{b} x^{3/2} \left[C_1 I_{-3/4} \left(\frac{1}{2} \sqrt{b} x^2 \right) - C_2 I_{3/4} \left(\frac{1}{2} \sqrt{b} x^2 \right) \right] \quad (13)$$

Подставляя выражение (13) в (12) и используя первое граничное условие, получим ($x = 0, M(0) = 0$) и $C_1 = 0$.

Для определения величины C_2 воспользуемся уравнением (11). Подставляя $\dot{x} = l$, $\alpha(l) = 0$, и $C_1 = 0$, получим:

$$C_2 I_{-1/4} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{b} l^2 = 0.$$

Поскольку $C_2 \neq 0$, следовательно,

$$I_{-1/4} \frac{1}{2} \sqrt{b} l^2 = 0 \quad (14)$$

Выражение (14) дает возможность определить величину критической силы. Для решения этого уравнения пользуемся таблицами ряда Бесселя и для нашего случая получаем:

$$\frac{1}{2} \sqrt{b} l^2 = 2,0063 \quad (15)$$

Для рассматриваемого случая из (7) получаем $b = \frac{q}{2D_0 l}$.

Используя величину b из (15), определим:

$$b = \frac{q}{2D_0 l} = \frac{16,101}{l^4}.$$

Следовательно,

$$(ql)_{\text{кр}} = \frac{32,2 D_0}{l^2} \approx \frac{3,26 \pi^2 D_0}{l^2}.$$

Сравнивая эту величину с критической силой стойки с постоянным сечением и модулем упругости [6], получаем повышение устойчивости около 4 раз.

Таким образом, величину критической силы стойки с переменным моментом инерции сечения можно повысить путем изменения определенной закономерностью величины модуля упругости по ее длине.

References:

1. Sarkisjan G.M. Dinamicheskij raschet balki s peremennym modulem uprugosti po dline - prototipa stebelj rastenij [Dynamic calculation of a beam with a variable modulus of elasticity along the length - the prototype of plant stalks.], Izv. AN Armenii, ser. TN. - 1992., No. 3(45), pp. 125-130.

2. Sarkisjan G.M., Artemjan R.N. Mehanicheskie svojstva tkanej stebelj travjanistyh rastenij. Voprosy tehnologicheskoy nadezhnosti sel'sko-hozjajstvennoj tehniky [The mechanical properties of tissues of stalks of herbaceous plants. Issues of technological reliability of agricultural machinery]: Sb. nauch. tr. ArmSHI [Collection of scientific works of the Armenian Agricultural Institute], N50, 1991, pp. 39-53.

3. Sarkisjan G.M., Kazarjan A.I. Naprjazhenno-deformirovannoe sostojanie nesushhih jelementov s peremennym modulem uprugosti po dline [Stress-strain state of bearing elements with variable elastic modulus along the length] Mat. Mezhd. nauch. konf. [Materials of the International Scientific Conference], Vol. 2. - Erevan., GAUA-2004.

4. Sarkisjan G.M., Hurshudjan N.P. Arhitektonika stebelj trostnika [Architectonics of cane stalks.], Biol. zh. Armenii [Biological Journal of Armenia]. - No. 2(45), 1992, pp. 163-165.

5. Sarkisjan G.M., Hurshudjan N.P. Arhitektonika steblya podsolnechnika [Architectonics of sunflower stalks] Biol. zh. Armenii [Biological Journal of Armenia]. - No. 7(42), 1989., pp. 659-662.

6. V.I. Feodos'ev Soprotivlenie materialov [Strength of materials]. - Moskva., Nauka [Science], 1979 - 560 p.

Литература:

1. Саркисян Г.М. Динамический расчет балки с переменным модулем упругости по длине - прототипа стеблей растений // Изв. АН Армении, сер. ТН. - 1992 - N 3(45) - С. 125-130.

2. Саркисян Г.М., Артемьян Р.Н. Механические свойства тканей стеблей травянистых растений Вопросы

технологической надежности сельскохозяйственной техники: Сб. науч. тр. АрмСХИ, N50, 1991, с. 39-53.

3. Саркисян Г.М., Казарян А.И. Напряженно-деформированное состояние несущих элементов с переменным модулем упругости по длине // Мат. Межд. науч. конф., т. 2, Ереван: ГАУА-2004.

4. Саркисян Г.М., Хуршудян Н.П.

Архитектура стеблей тростника // Биол. ж. Армении – N2(45), 1992 г., с. 163-165.

5. Саркисян Г.М., Хуршудян Н.П. Архитектура стебля подсолнечника // Биол. ж. Армении – N7(42), 1989 г., с. 659-662.

6. В.И. Феодосьев Сопротивление материалов // М: – Наука, 1979 г. – 560 с.

Information about authors:

1. Genrik Sargsyan – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, State Agrarian University of Armenia; address: Armenia, Erevan city; e-mail: henrik-s@yandex.ru

2. Mushegh Sargsyan – Engineer, State Agrarian University of Armenia; address: Armenia, Erevan city; e-mail: henrik-s@yandex.ru



WORLD RESEARCH ANALYTICS FEDERATION

Research Analytics Federations of various countries and continents, as well as the World Research Analytics Federation are public associations created for geographic and status consolidation of the GISAP participants, representation and protection of their collective interests, organization of communications between National Research Analytics Federations and between members of the GISAP.

Federations are formed at the initiative or with the assistance of official partners of the IASHE - Federations Administrators.

Federations do not have the status of legal entities, do not require state registration and acquire official status when the IASHE registers a corresponding application of an Administrator and not less than 10 members (founders) of a federation and its Statute or Regulations adopted by the founders.

If you wish to know more, please visit:

<http://gisap.eu>